

UNIDADE II: O ARCABOUÇO ANALÍTICO DO BENCHMARK DA DÍVIDA PÚBLICA FEDERAL

Como vimos na Unidade I, a definição da composição ótima da dívida pública é um dos elementos do processo de planejamento estratégico. Tal composição ótima (*benchmark*) representa o perfil desejado para a estrutura da dívida no longo prazo e constitui um guia para o delineamento de estratégias de financiamento de curto e médio prazo do governo.

No caso brasileiro, o *benchmark* é expresso por um conjunto de indicadores relevantes para a dívida, sendo eles a composição do estoque por tipo de remuneração, a estrutura de vencimentos, particularmente a proporção de dívida a vencer nos próximos 12 meses, e o prazo médio do estoque da dívida. A implantação do *benchmark* pode se materializar por meio do estabelecimento de metas para o valor que tais indicadores deveriam alcançar em um determinado horizonte temporal.

Nesta Unidade procuramos descrever o modelo utilizado pelo Tesouro Nacional para se avaliarem os *trade-offs* entre custos e riscos derivados de perfis alternativos para a estrutura da Dívida Pública Federal (DPF) no longo prazo, em linha com o objetivo e as diretrizes para a sua gestão¹.

Esta unidade está organizada em quatro seções:

- Inicialmente, apresentaremos os principais argumentos teóricos em favor da adoção de um *benchmark*, bem como a experiência internacional sobre o tema;
- Na seção 2, descreveremos o modelo de simulações utilizado pelo Tesouro Nacional;
- A aplicação do modelo para definição do *benchmark* da DPF é ilustrada na seção 3;
- Por fim, na seção 4 apresentaremos a composição da DPF desejada para o longo prazo, sob a forma de limites inferior e superior.

¹ A definição um benchmark para a DPF foi objeto de trabalhos prévios como CABRAL E LOPES (2005) SILVA, CABRAL E BAGHDASSARIAN (2006), CABRAL et alli. (2008) e ALVES (2009).

1. Literatura e experiência internacional

A importância de uma composição ótima (*benchmark*) é amparada na literatura teórica, que preconiza a relevância da gestão da dívida pública para a atividade econômica², especialmente as literaturas sobre tributação ótima (*tax smoothing*) e consistência temporal, que levam à defesa de uma gestão ativa da dívida. Os argumentos teóricos em favor da busca de uma adequada composição de dívida se ampliam quando são considerados elementos providos pelas literaturas sobre credibilidade das políticas macroeconômicas, sinalização, e efeitos reais de um *default* soberano, dentre outros³.

Neste debate deve se registrar também a contribuição de instituições multilaterais, tais como o Banco Mundial e o Fundo Monetário Internacional. Estas duas instituições descrevem o *benchmark*, em sua publicação *Guidelines for Public Debt Management* (WB; IMF, 2001), como uma poderosa ferramenta para representar o perfil de dívida que o governo deseja atingir, com base em suas preferências diante do *trade-off* entre custos e riscos.

Finalmente, a experiência internacional documenta que diversos países empreenderam esforços para a definição de uma composição ótima para suas dívidas. Este é o caso de Portugal, um dos pioneiros na formulação e adoção de um modelo de composição ótima de longo prazo para quantificar o objetivo da gestão de sua dívida pública, bem como para aumentar a consistência entre as decisões diárias e o objetivo de longo prazo. Dinamarca, Suécia, Canadá e Reino Unido também desenvolveram modelos para auxiliar na definição de um portfólio de referência para guiar a elaboração de estratégias de financiamento. O quadro a seguir resume aspectos da experiência desses países.

² A Hipótese de Equivalência Ricardiana é um ponto de partida importante nesse debate, embora tal hipótese não forneça subsídios em defesa de uma gestão ativa do endividamento público. Uma consequência da Hipótese de Equivalência Ricardiana é a neutralidade da dívida sobre a atividade econômica, uma vez que dívida e tributos são equivalentes do ponto de vista intertemporal. Contudo, a Equivalência Ricardiana apóia-se basicamente nos seguintes supostos: 1) horizonte de planejamento infinito; 2) mercados completos; e 3) os tributos não causam distorções (Barro, 1974; 1979; 1989). É a partir do relaxamento desses pressupostos que novas teorias concluem pela importância de uma adequada administração da dívida.

³ Ver GOLDFAJN e DE PAULA (1999).

Tabela 1. Experiência Internacional

Pais	Indicador relevante	Resumo do modelo	Fonte
Portugal	Custo e risco dos fluxos de caixa, com restrições ao risco de refinanciamento	O modelo assume dívida nominal constante em estado estacionário, e tem três entradas: 1) taxas de juros estocásticas; 2) conjunto de estratégias de financiamento; e 3) cenários determinísticos para outras variáveis macroeconômicas. Um subconjunto das melhores soluções do modelo é apresentado às autoridades, que tomam a decisão final.	IGCP (1999).
Suécia	Metas para participação de cada tipo de dívida em função dos fluxos de caixa e da <i>duration</i>	Running Yield: a distribuição de probabilidade do modelo é calculada pela simulação dinâmica das curvas de juros (curto e longo prazo), inflação, taxas de câmbio e PIB. Uma medida de dispersão dessa distribuição é usada como indicador de risco.	RIKSGÄLDEN (2008); RIKSGÄLDEN (2009)
Irlanda	Valor presente líquido e volatilidade fiscal	O valor presente líquido é utilizado como medida de custo, e a volatilidade fiscal como medida de risco. Para eles, o <i>benchmark</i> , por refletir as condições estruturais da economia e o objetivo final da política fiscal, não deve sofrer grandes variações ao longo do tempo. Neste sentido, revisões no <i>benchmark</i> podem ser feitas para refletir mudanças estruturais na economia, mas não em respostas a movimentos de curto prazo.	NTMA (2006); NTMA (2011)
Dinamarca	Duration do portfólio	Para definir a meta de <i>duration</i> , é realizada uma análise de longo prazo da evolução do custo esperado. O modelo considera apenas a dívida interna. O risco de taxa de juros é tratado em abordagem ALM, e o tradeoff entre custos e riscos é avaliado por um modelo de <i>Cost-at-Risk</i> . O modelo combina cenários estocásticos e determinísticos.	DANMARKS NATIONALBANK (2007)
Inglaterra	Custo do Serviço da Dívida (em termos de fluxos de caixa) como proporção do PIB.	Não utiliza <i>benchmark</i> , mas utiliza modelos para ilustrar o impacto de diferentes estratégias de emissão e indicadores para o gerenciamento de risco. A análise de longo prazo das estratégias de financiamento é feita por meio de cenários estocásticos baseados na combinação de um modelo macroeconômico com especificações para as curvas de juros. O custo é medido pelos fluxos de caixa, e o risco pela dispersão dos pagamentos.	UK-DMO (2011) e PICK AND ANTHONY (2006)
Canadá	Medida de custo: a carga anual média do serviço da dívida como percentagem do estoque total	Combina um modelo macroeconômico com curvas de juros para simular custo e risco de estratégias alternativas de financiamento. Para integrar mais de um objetivo à análise, o modelo oferece uma ferramenta para minimizar a carga do serviço da dívida com restrições sobre outros objetivos.	BOLDER (2008)
	Medida de risco: volatilidade do custo ou considerações do impacto no orçamento.		

2. Modelo Brasileiro de Composição Ótima

2.1. Algumas questões metodológicas

O arcabouço analítico empregado no estudo da composição ótima (*benchmark*) da DPF é baseado em simulações estocásticas derivadas das teorias de finanças e portfólio eficiente. Contudo, antes de proceder à descrição do modelo propriamente dito, algumas ressalvas devem ser feitas quanto à aplicação direta dos instrumentos de análises financeiras tradicionais às políticas governamentais.

Em termos gerais, o governo pode ter objetivos mais complexos do que reduzir custos condicionado à manutenção de riscos em níveis prudentes. Além disso, a evolução de seus fluxos de caixa e os indicadores de impactos orçamentários podem ter implicações sobre a escolha da estrutura ótima da dívida. Há que se considerar ainda que, dada a natureza da dívida pública, as ações do governo têm forte influência sobre os preços dos títulos e, conseqüentemente, sobre o custo e risco de suas estratégias de financiamento. Como resultado, estas peculiaridades podem levar os gestores da política econômica a definirem como *benchmark* uma composição de dívida diferente daquelas sobre a fronteira eficiente, obtida do ponto de vista estritamente financeiro.

Uma questão importante no modelo se refere a qual deve ser o conceito de dívida relevante para avaliação do custo e dos riscos. No caso brasileiro, o Tesouro Nacional tem controle direto apenas sobre a Dívida Pública Federal, que compreende todos os títulos emitidos doméstica e internacionalmente, além da dívida contratual externa do governo federal. Contudo, o indicador mais comumente utilizado, tanto pelo Governo Federal para definir suas metas de endividamento e o superávit primário necessário para atingi-las quanto pelos analistas para avaliar a sustentabilidade fiscal, é a razão entre a Dívida Líquida do Setor Público e o PIB (DLSP/PIB). Este conceito é mais abrangente por compreender todas as obrigações do setor público, descontadas de seus ativos contra os demais agentes econômicos. Por setor público entende-se o Governo Federal (incluindo a previdência social), o Banco Central, os governos de estados e municípios e as empresas públicas.

A redução na volatilidade (risco) da DLSP é importante na medida em que a ocorrência de choques com potencial para comprometer sua sustentabilidade requerem uma resposta da política fiscal. Nesse sentido, oscilações imprevistas na DLSP podem resultar em surpresas tributárias, que afetariam a renda disponível da população, podendo gerar ineficiências do ponto de vista de bem-estar social⁴. Apesar do instrumento de trabalho do Tesouro Nacional ser a DPF, é feita uma comunicação clara entre esta dívida e a DLSP que é mais ampla e referência de política econômica.

Pelos motivos acima expostos, decidiu-se utilizar o indicador DLSP/PIB como aquele que será utilizado para escolha da composição ótima no Brasil. Esta escolha se apóia na idéia de que, em uma análise de restrição orçamentária intertemporal do governo, para fins de avaliação da sustentabilidade da dívida

⁴ A literatura sobre tributação ótima sugere que se os impostos causam perdas de peso morto, o governo deveria suavizá-los ao longo do tempo (tax smoothing), minimizando, assim, as distorções decorrentes da arrecadação de receitas. Nesse caso, o perfil da dívida e seus riscos são relevantes para fins de política pública, uma vez que flutuações nos custos da dívida levariam a mudanças na carga tributária. Vide BOHN (1990).

pública, todos os ativos e passivos do setor público deveriam ser levados em conta. De fato, muitos analistas econômicos e participantes dos mercados financeiros, incluindo organismos internacionais (e. g. Banco Mundial e FMI) e agências de *rating* (e. g. *Standard and Poor's*), consideram a DLSP/PIB como o indicador relevante para avaliar a sustentabilidade da dívida brasileira.

Outro aspecto importante refere-se ao fato de que o estudo de *benchmark* é conduzido sob a premissa de estado estacionário, com dois significados para o modelo. Primeiramente, pressupõe-se que a economia já esteja em estado estacionário, isto é, que todas as variáveis estejam oscilando em torno de seus valores de equilíbrio de longo prazo. De fato, este pressuposto é apropriado para a discussão de um perfil de dívida desejado para o longo prazo, evitando que a decisão seja contaminada por oscilações conjunturais nos cenários econômicos. Na prática, a referência ao cenário de estado estacionário compreende as seguintes características: estabilidade do ambiente econômico, reduzida vulnerabilidade fiscal, taxas de juros reais de equilíbrio alcançadas, inflação sob controle e crescimento econômico sustentável.

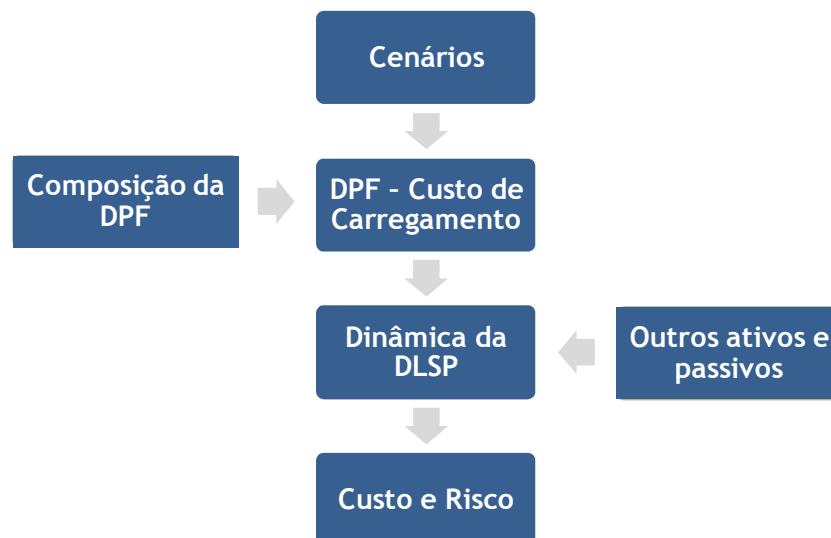
O segundo significado presente na idéia de estado estacionário é que, implicitamente, a cada composição de dívida se associa uma estratégia de emissão que mantém constantes as características do portfólio de longo prazo da DPF. Ou seja, admite-se que a própria estratégia e, portanto, as diretrizes da gestão da dívida devem ser estáveis ao longo do tempo, sem sofrer alterações bruscas em função de choques temporários na economia, evitando-se comportamento míope, orientado por parâmetros de curto prazo.

2.2. O modelo de Composição Ótima

O estudo da composição ótima (*benchmark*) para a dívida brasileira é baseado na aplicação de métodos de simulações estocásticas, com o propósito de se derivar uma fronteira eficiente de composições da dívida, que expresse potenciais *trade-offs* entre custos e riscos na gestão da DPF. Neste sentido, define-se que uma composição é eficiente quando ela tem o menor risco para um determinado nível de custo ou, alternativamente, ela tem o menor custo para um determinado nível de risco. O conjunto de todas as composições que atendem a essa condição define a fronteira eficiente, cabendo ao gestor da dívida escolher qual composição é desejável, uma vez que entre portfólios da fronteira não é possível obter ganhos simultâneos de redução de custo e risco.

A Figura a seguir ilustra a idéia geral do modelo utilizado para a análise do *trade-off* entre custo e risco.

Figura 1. Resumo Esquemático do Modelo



Fonte: Tesouro Nacional

Inicialmente, diversos cenários estocásticos são gerados para as principais variáveis macroeconômicas e financeiras - sendo elas: produto, inflação, taxas de câmbio, taxa de juros de curto prazo e preços dos títulos públicos -, com o objetivo de simular a evolução dos principais fatores que influenciam a trajetória e o custo da dívida pública ao longo do tempo.

A seguir, seleciona-se uma composição de dívida qualquer, que compreende uma cesta de títulos, estes com retornos e prazo médios diferentes entre si. Tomemos, por exemplo, uma carteira composta equitativamente por títulos de um ano com remuneração prefixada e por títulos de cinco anos com taxas de juros flutuantes. Então, ao longo de cada cenário simulado, calcula-se o custo de financiamento da DPF para a composição de dívida escolhida.

O próximo passo das simulações consiste em calcular as evoluções da DPF e da DLSP, que dependem do custo de financiamento da DPF obtido anteriormente, bem como de outros parâmetros que definem o resultado primário do setor público e a evolução de “outros ativos e passivos”⁵ que compreendem a DLSP.

Finalmente, indicadores de custo e risco são derivados da análise do comportamento da DLSP diante de choques estocásticos. Como milhares de cenários são simulados e para cada um deles é calculado o valor

⁵ A DPF inclui apenas as dívidas interna e externa de responsabilidade do Tesouro Nacional em mercado. No cálculo da DLSP, a definição de setor público utilizada para mensuração do endividamento é a de setor público não-financeiro mais Banco Central. Assim, ele abrange as administrações diretas federal, estadual e municipal, as administrações indiretas, o sistema público de previdência social, as empresas estatais não-financeiras federais, estaduais e municipais, além do Banco Central do Brasil. Nesse conceito, as dívidas intragovernamentais são excluídas, de forma a mensurar unicamente a dívida do setor público junto aos agentes privados. Como a DLSP é um conceito de endividamento líquido, os passivos do setor público são deduzidos dos seus ativos junto aos demais agentes econômicos.

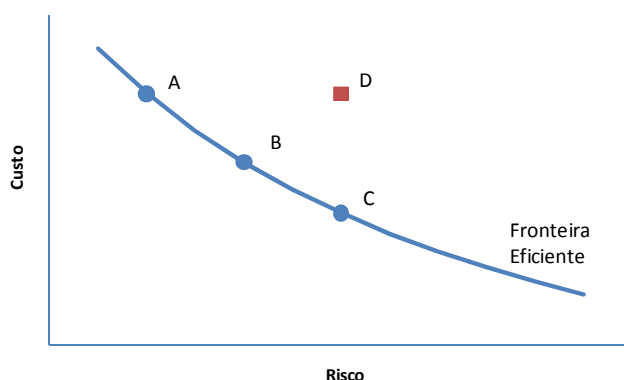
da DLSP para um dado ponto no tempo, na prática o conjunto de resultados provê uma distribuição de probabilidades do valor da DLSP, donde se extraem métricas de custo e risco.

Nas simulações, a estrutura inicial da DPF, os cenários estocásticos, os parâmetros de resultado primário e “outros ativos e passivos” são os mesmos para qualquer composição de dívida escolhida. Dessa forma, a única razão para que a trajetória resultante das simulações para a DLSP seja distinta entre diferentes composições da dívida é a própria composição selecionada.

Após efetuar as simulações, as métricas obtidas para cada composição avaliada são plotadas em um gráfico cujos eixos são o custo e o risco da DLSP/ PIB, de tal maneira que a fronteira eficiente é obtida como a curva composta pelos pontos que representam o menor custo para um determinado nível de risco. Os portfólios da fronteira são eficientes porque não é possível alternar entre estes portfólios para obter ganhos de redução de custo e risco simultaneamente. Finalmente, dado o apetite a risco do governo (que deveria refletir o da sociedade), é possível escolher um portfólio específico da fronteira que definirá o *benchmark* da dívida.

A Figura a seguir ilustra esse conceito. Portfólios ao longo da fronteira (A, B e C) são eficientes porque o risco necessariamente aumenta quando se busca reduzir o custo da dívida alternando entre essas composições (de A para B; ou de B para C). Composições acima e à direita da fronteira são ineficientes porque aumentam o risco, dado um nível de custo (D comparado com A), ou aumentam o custo para um dado nível de risco (D comparado com C), ou aumentam ambos, o custo e o risco, em comparação com uma composição eficiente (D comparado com B).

Figura 2. Ilustração da Fronteira Eficiente



Fonte: Tesouro Nacional

Operacionalmente, a fronteira eficiente depende do custo médio e do desvio-padrão de cada título, assim como da matriz de correlação do custo desses títulos. Primeiramente, simulações baseadas em composições de dívida com 100% de um título específico fornecem o custo médio e o desvio-padrão. Segundo, simulações baseadas em portfólios com pares de 50%-50% de títulos ajudam a calcular a matriz

de correlação de custos^{6,7}. Então, de posse desses dados, um procedimento numérico é empregado para se apurar o portfólio de menor custo para cada nível de risco possível, concluindo com a obtenção da fronteira eficiente analítica.

No caso do *benchmark* para a DPF, as carteiras podem ser compostas por quatro instrumentos básicos, que diferem com respeito a suas características de retorno: taxas de juros prefixadas, taxas de juros flutuantes, títulos indexados à inflação e denominados em moeda externa. Cada uma dessas categorias difere também quanto ao prazo de vencimentos, permitindo, assim, que seja especificada uma cesta com títulos representativos de curto, médio e longo prazos. Mais especificamente, os instrumentos de financiamento considerados são:

- Taxas de juros prefixadas (prefixados): 1, 3, 5 e 10 anos;
- Taxas de juros flutuantes (indexados à taxa de juros Selic): 5 anos;
- Remunerados por índices de preços (indexados à inflação): 10 e 30 anos;
- Denominados em moeda externa (câmbio): 10 e 30 anos.

Embora a relação de títulos acima busque refletir as opções de financiamento disponíveis atualmente para o financiamento da DPF, o arcabouço de simulações tem flexibilidade para a inclusão de outros títulos, moedas e prazos. Além disso, para geração da fronteira eficiente é possível incluir restrições técnicas, tais como percentual mínimo (ou máximo) para a participação de um título ou categoria na carteira da dívida, ou prazo médio mínimo para a carteira ótima.

A seguir, será dado destaque a dois grandes blocos do procedimento usado para as simulações do modelo. Primeiramente, será abordada a geração de cenários para simular a dinâmica da economia e o cálculo do custo de financiamento da dívida. Logo após, será apresentada a dinâmica da dívida no modelo, da qual resultam os indicadores de custo e risco.

2.3. Dinâmica da economia

O conjunto de simulações depende da geração de cenários para as variáveis econômicas que determinam o custo de financiamento da dívida e a dinâmica da relação DLSP/PIB. Para tanto, o modelo requer a especificação de um conjunto de equações usadas para descrever como essas variáveis evoluem ao longo do tempo.

Neste sentido, os processos básicos do modelo cobrem as seguintes variáveis:

⁶ A correlação entre o custo de dois títulos é extraída com base na seguinte relação: a variância do custo (σ_p^2) de um portfólio com dois títulos é $\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + (1 - w_1)^2\sigma_2^2 + 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$, onde σ_1 é a variância do custo do título 1; σ_2 é a variância do custo do título 2; ρ_{12} é a correlação entre os custos dos títulos 1 e 2; $0 \leq w_1 \leq 1$ é o peso relativo do título 1 no portfólio.

⁷ A matriz de correlação precisa ser positiva semidefinida. Quando isso não ocorre, utiliza-se uma decomposição espectral para se obter uma matriz positiva semidefinida que se aproxime da original. Essa decomposição considera que quando uma matriz não é positiva semidefinida ela tem pelo menos um autovalor negativo. O procedimento para a decomposição mencionada utiliza os autovalores positivos da matriz original e substitui os valores negativos por zero para recompor a matriz. Esse método fornece uma aproximação razoável para a matriz de correlação. Os passos para a decomposição espectral podem ser vistos em JÄCKEL (2002).

- Taxa básica de juros (Selic)
- Estrutura a termo das taxas de juros
 - Curva de juros para títulos prefixados
 - Curva de juros para títulos remunerados pelo IPCA
 - Curva de juros para títulos denominados em moeda externa
- Taxas de inflação (doméstica e externa)
- Taxa de câmbio (real e nominal⁸)
- Produto Interno Bruto (PIB)

Além do componente determinístico, as equações que descrevem a evolução das variáveis acima adicionam um termo estocástico com o objetivo de simular choques aleatórios em suas trajetórias. Assume-se que esses choques estocásticos observam uma estrutura de correlação, o que confere consistência macroeconômica às simulações.

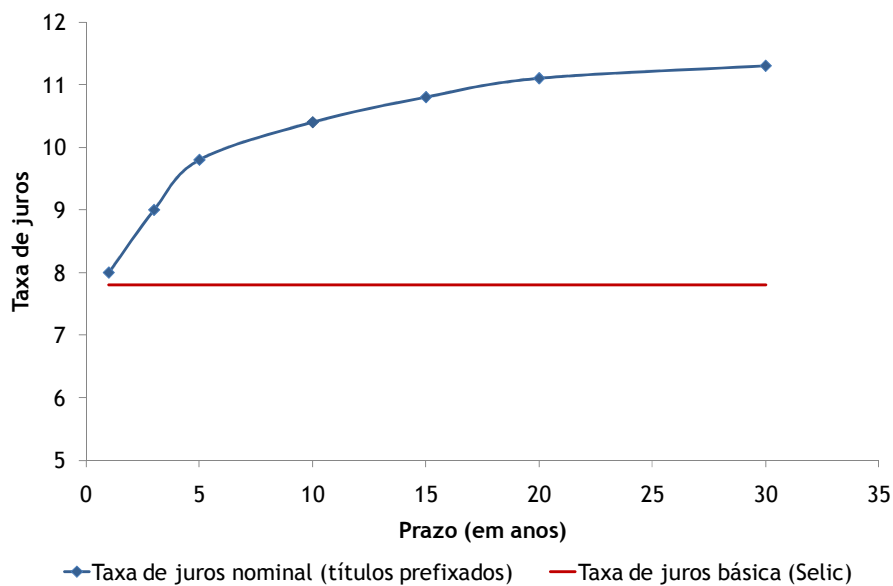
Particularmente com relação à estrutura a termo das taxas de juros, os cenários são necessários para se obter o custo de cada opção de financiamento. Embora o custo de financiamento da DPF dependa primordialmente da taxa básica de juros da economia, cada instrumento de dívida tem particularidades com respeito a indexadores, prazo de vencimento e grau de liquidez.

O caso mais básico se aplica aos títulos remunerados por taxas de juros flutuantes (taxa Selic). O modelo assume que eles são vendidos ao par, isto é, seu preço é igual ao valor de face. Seu custo, então, é definido pela taxa de juros Selic composta diariamente ao longo do período, independentemente de seu prazo.

Dadas as demais alternativas disponíveis para financiar a DPF, o modelo conta com curvas de juros específicas para cada tipo de instrumento. Embora o custo tenha por base a taxa de juros de curto prazo, cada instrumento de dívida tem particularidades com respeito a, por exemplo, prazo de vencimento e grau de liquidez. Neste sentido, um modelo de curva de juros é especificado para capturar a taxa de juros nominal que definirá o custo dos títulos prefixados, de acordo com o prazo do instrumento a ser emitido, como ilustrado na Figura 3.

⁸ O câmbio nominal é obtido agregando-se ao câmbio real o diferencial entre as taxas de inflação interna e externa.

Figura 3. Curva Prefixada



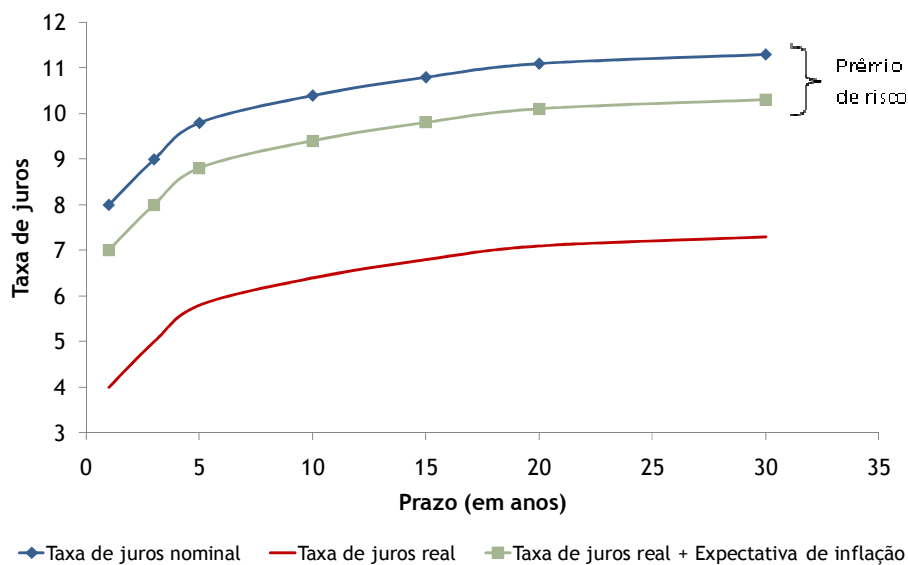
Fonte: Tesouro Nacional

Além dos títulos prefixados, no caso brasileiro há que se especificarem também curvas de juros para títulos indexados à inflação e remunerados pela variação cambial (no caso da dívida externa). O modelo é especificado de tal forma que o custo dessas alternativas seja relacionado com a taxa de juros para títulos prefixados de prazo equivalente, ajustadas por um prêmio de risco, como será explicado a seguir.

A estrutura de prêmios de risco do modelo reflete quanto o retorno de um título com remuneração pela taxa de inflação ou variação cambial deveria ser menor, relativamente aos títulos com remuneração nominal prefixada de prazo equivalente. A idéia presente aqui é que a existência de um fator de proteção do retorno real do título deve ser recompensada ao emissor por meio de um menor prêmio de risco.

A Figura 4 ilustra como as curvas de juros estão relacionadas no modelo. O custo esperado dos títulos remunerados pela inflação é composto pela soma da taxa de juros real, dada pela curva de juros específica para o preço desses títulos, mais a expectativa de inflação. Esse custo esperado será menor do que o custo médio dos títulos prefixados na presença de um prêmio de risco inflacionário positivo, pois o detentor do título indexado tem seu retorno real protegido de variações inesperadas na taxa de inflação.

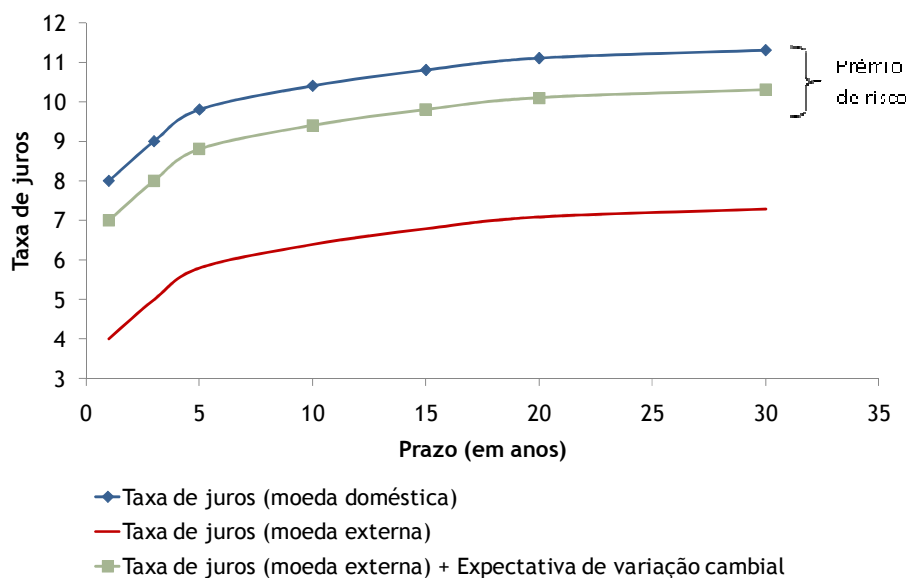
Figura 4. Prêmio de Risco Inflação



Fonte: Tesouro Nacional

Similarmente, a curva de juros em moeda externa também guarda relação direta com a curva para títulos prefixados, como ilustrado na Figura 5. Com respeito aos títulos em moeda externa, a razão para o prêmio de risco advém do fato de que o investidor externo deseja um *hedge* contra flutuações da taxa de câmbio.

Figura 5. Prêmio de Risco Cambial



Fonte: Tesouro Nacional

Após a simulação dos cenários para as variáveis financeiras e macroeconômicas, passa-se ao cálculo do custo de financiamento da DPF, que depende do custo de emissão de cada título público mais a variação de seu indexador, quando apropriado. O anexo 6.4 explicita como é feito esse cálculo.

2.4. Dinâmica da dívida

Definidos os cenários, a seguinte identidade contábil é usada como ponto de partida para derivar a dinâmica da DLSP e sua relação com a DPF.

$$(1) \quad D_t = X_t + M_t - F_t + L_t^{flutuante} + L_t^{IP} + L_t^{FX}$$

Nesta identidade, os ativos e as obrigações que compreendem a DLSP (D) são agrupados em quatro categorias: DPF (X), base monetária (M), reservas internacionais (F) e outras obrigações líquidas do Setor Público⁹ [remuneradas por taxas de juros flutuantes ($L_t^{Flutuante}$), indexadas à inflação (L_t^{IP}), e com remuneração atrelada à variação cambial (L_t^{FX})].

O estoque de DPF no período t é igual ao seu estoque no período prévio mais seu custo de carregamento (c_t), menos o resultado fiscal primário, menos a variação da base monetária. Assim, a DPF evolui de acordo com a seguinte equação:

$$(2) \quad X_t = X_{t-1}(1 + c_t) - S_t - \Delta M_t$$

Quanto às demais componentes da DLSP, supõe-se que a base monetária é mantida constante como proporção do PIB ao longo do tempo, reservas internacionais (equação 3)¹⁰, bem como as outras obrigações líquidas do Setor Público (equações 4-6), partem de um montante inicial e evoluem de acordo com sua remuneração.

$$(3) \quad F_t = F_{t-1}(1 + r_t^{Reservas})(1 + \Delta c\grave{a}mbio)$$

$$(4) \quad L_t^{flutuante} = L_{t-1}^{flutuante}(1 + Selic_t)$$

$$(5) \quad L_t^{IP} = L_{t-1}^{IP}(1 + c_t^{IP})$$

$$(6) \quad L_t^{FX} = L_{t-1}^{FX}(1 + c_t^{FX})$$

⁹ A DPF compreende apenas obrigações do governo federal. Para se chegar ao conceito de DLSP, há que se considerar que esta dívida abrange as obrigações do setor público não financeiro mais o Banco Central. Portanto, esse conceito inclui as administrações diretas federal, estadual e municipal, as administrações indiretas, o sistema de previdência social público, empresas estatais não financeiras, bem como o Banco Central do Brasil. Adicionalmente, como um conceito líquido, a DLSP deduz ativos financeiros do setor público (por exemplo, reservas internacionais, recursos de fundos como o Fundo de Amparo ao Trabalhador e créditos a instituições financeiras) das obrigações. Finalmente, as dívidas intragovernamentais (relações cruzadas) são excluídas, de forma a se mensurar unicamente a dívida do setor público junto aos agentes privados.

¹⁰ A taxa de retorno das reservas internacionais ($r_t^{Reservas}$) no modelo pode ser diferente do custo médio da dívida externa.

Onde c^{IP} e c^{FX} são, respectivamente, o custo de carregamento dos títulos indexados à inflação e denominados em moeda externa; e $r_t^{Reservas}$ representa a taxa de retorno das reservas internacionais.

Após substituir (2) - (6) em (1) e dividir a nova equação pelo PIB, algumas manipulações algébricas conduzem à seguinte relação para descrever a trajetória da razão DLSP/ PIB ao longo do tempo:

$$(7) \quad d_t = x_{t-1} \frac{(1+c_t)}{(1+\gamma_t)} - s_t + \frac{m}{(1+\gamma_t)} - f_{t-1} \frac{(1+c_t^{Reservas})}{(1+\gamma_t)} + l_{t-1} \frac{(1+c_t^l)}{(1+\gamma_t)}$$

onde:

$$c_t^{Reservas} = (1 + r_t^{Reservas})(1 + \Delta c\grave{a}mbio) - 1$$

$$l_t = l_t^{flutuante} + l_t^{IP} + l_t^{FX}$$

$$c_t^l = (Selic_t l_t^{flutuante} + c_t^{IP} l_t^{IP} + c_t^{FX} l_t^{FX}) / l_t$$

3. Simulando o Modelo de Composição Ótima

Nesta seção, demonstraremos, por meio de um exercício, a aplicação do modelo descrito acima à DPF. Os dados e resultados a seguir são apenas ilustrativos. Na prática, além de fazer simulações a partir de um conjunto básico de parâmetros, a robustez das conclusões é testada quando se efetuam análises de sensibilidade do modelo a variações nos parâmetros de referência.

Além disso, embora a definição de uma composição ótima (*benchmark*) se apóie nos insumos derivados das simulações, ela depende de um amplo debate, que leva em consideração a viabilidade de se adotar determinado perfil de dívida em um dado horizonte de tempo, bem como a compreensão das inter-relações entre a gestão da dívida e outras políticas econômicas, como a fiscal e a monetária.

O primeiro passo na simulação é obter os parâmetros e valores iniciais¹¹ para os modelos estocásticos e, com isso, gerar os cenários macroeconômicos. Estes parâmetros dependem do modelo estocástico adotado, mas, em geral, podem ser descritos a partir da média e da volatilidade dos cenários para cada variável. As tabelas abaixo apresentam os cenários gerados pelos modelos para as variáveis macroeconômicas¹²:

¹¹ Como o modelo pressupõe trabalhar no estado estacionário, todas as variáveis macroeconômicas ficam em torno de suas médias de longo prazo. Por esta razão os valores iniciais são os mesmos que os de longo prazo.

¹² Os processos estocásticos empregados atualmente pelo Tesouro Nacional estão detalhados no Anexo 6.1.

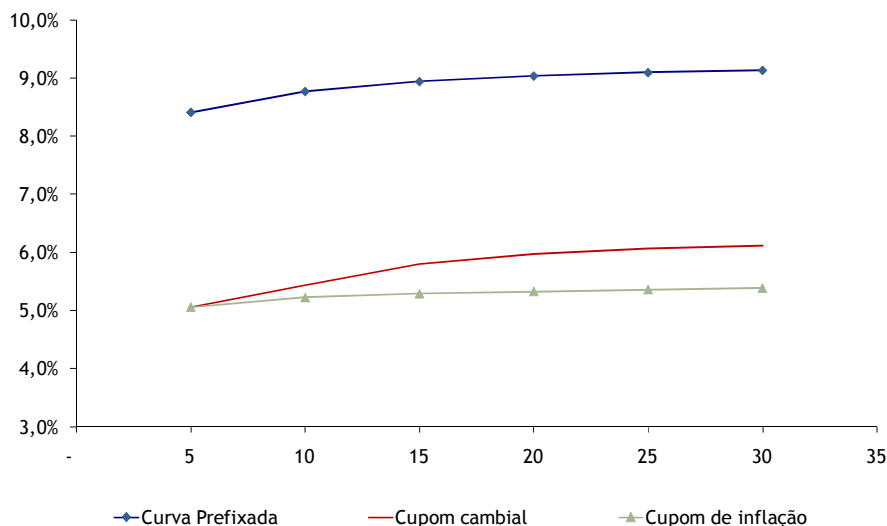
Tabela 2. Cenários Gerados (acumulados em 12 meses)

a. a.	SELIC	IGP	IPCA	Câmbio Nominal	Libor	PIB
Média	7,45%	2,98%	2,99%	2,84%	4,69%	4,50%
Desvio Padrão	1,80%	1,11%	0,70%	14,28%	1,52%	2,33%
Percentil 5°	4,79%	1,16%	1,84%	-18,94%	2,51%	0,72%
Percentil 95°	10,67%	4,83%	4,15%	27,77%	7,48%	8,39%

Fonte: Tesouro Nacional

O cálculo do custo de financiamento da DPF depende ainda da simulação das curvas de juros. A figura abaixo ilustra, em termos médios, o custo dos títulos prefixados, a curva de juros reais (para títulos indexados à inflação) e a curva de juros em dólar (para títulos denominados em moeda externa). Como descrito anteriormente, uma vez definido o preço e, conseqüentemente, o custo dos títulos prefixados, o custo dos títulos indexados à inflação é o dos prefixados menos a expectativa de inflação menos um prêmio de risco de inflação. De forma análoga o custo dos títulos cambiais é o dos prefixados menos a expectativa de desvalorização da moeda menos um prêmio de risco de cambial.

Figura 6. Curva Prefixada, Cupom de Inflação e Cupom Cambial



Fonte: Tesouro Nacional

Para o conjunto de instrumentos selecionados, a Tabela 3 ilustra o custo de carregamento de cada opção de financiamento. Nesse caso, além da taxa de retorno indicada pela curva de juros, o custo é calculado

adicionando-se a variação do indexador do título ao longo do período. Considerando um horizonte de 10 anos, a dispersão do custo se explica também pela dinâmica de refinanciamento da dívida ao longo das simulações.

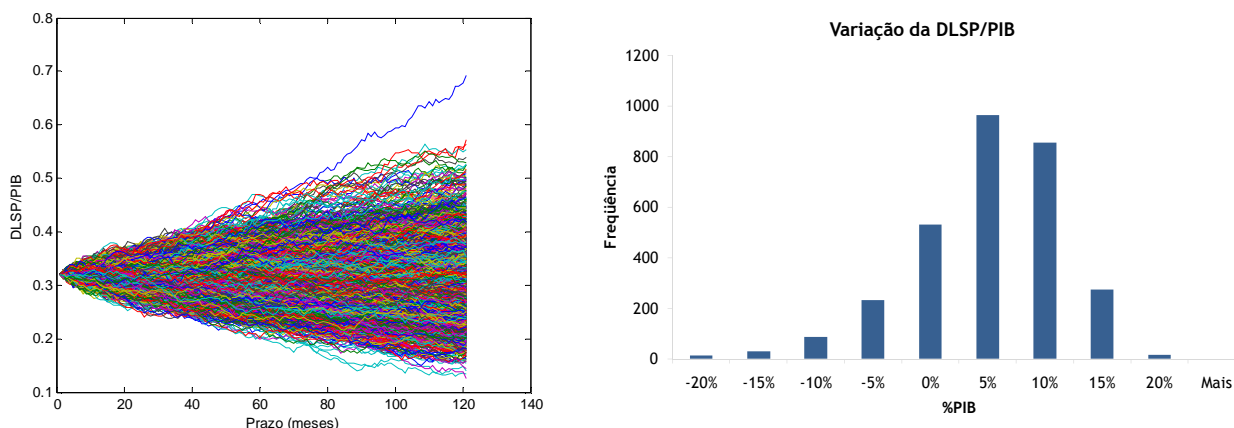
Tabela 3. Custo de Financiamento em 10 anos (acumulado em 12 meses)

<i>a.a.</i>	Média	Desvio Padrão	Percentil 5°	Percentil 95°
Pre 1 ano	7,77%	1,40%	5,55%	10,43%
Pre 3 anos	8,14%	0,84%	6,78%	9,75%
Pre 5 anos	8,40%	0,52%	7,55%	9,39%
Pre 10 anos	8,76%	0,16%	8,50%	9,06%
IP 10 anos	8,21%	2,41%	4,07%	12,50%
IP 30 anos	8,37%	2,40%	4,24%	12,66%
Câmbio 10 anos	8,24%	68,80%	-56,29%	151,80%
Câmbio 30 anos	9,24%	68,91%	-55,91%	154,26%
Selic 5 anos	7,51%	1,83%	4,63%	10,99%

Fonte: Tesouro Nacional

Uma vez obtidos os custos de cada instrumento, calcula-se a dinâmica da DPF e, em seguida, a da DLSP para as carteiras 100% de um determinado instrumento e para as carteiras com pares de títulos na proporção 50% - 50%. A figura abaixo mostra as trajetórias de 3.000 simulações da DLSP/PIB para uma carteira 100% em títulos remunerados pela taxa Selic e o histograma com a medida de variação da DLSP/PIB nestas simulações.

Figura 7. Dinâmica da DLSP/PIB

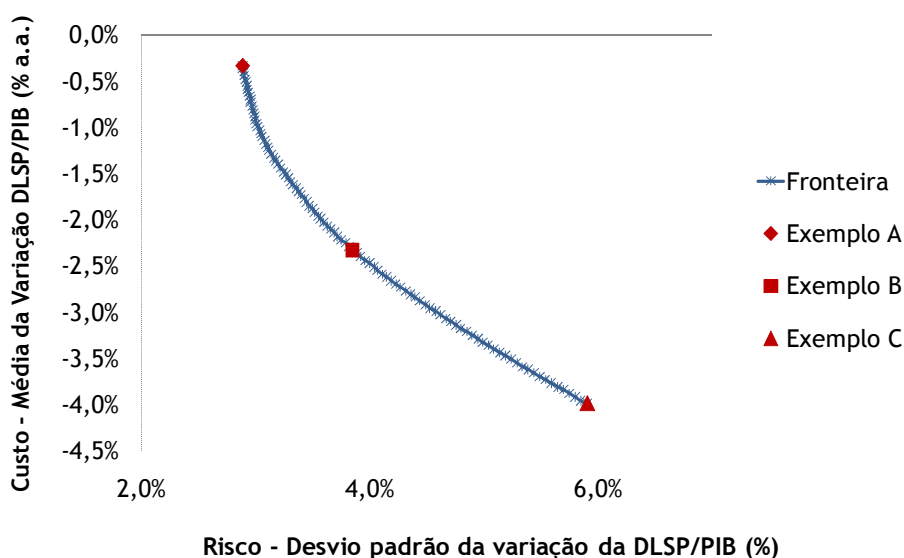


Fonte: Tesouro Nacional

Para cada carteira simulada, à semelhança da apresentada acima, tem-se a distribuição da variação da DLSP/PIB no período de análise, sua média, desvio padrão e a matriz de correlação das carteiras. O custo é definido como a média da variação da DLSP/PIB e o risco o seu desvio padrão. Com estas informações, a fronteira eficiente é gerada.

Os resultados são apresentados, por meio da fronteira eficiente, em um gráfico no espaço custo/risco. A fronteira pode ser gerada com o custo e risco nominais ou tendo uma carteira específica como referência (por exemplo, a composição de menor risco das simulações) e efetuando os cálculos relativos a ela. Esta fronteira não leva em consideração qualquer análise de factibilidade das carteiras devido a particularidades do mercado de títulos públicos ou outras premissas para o gerenciamento da dívida, sendo uma fronteira com viés puramente financeiro.

Figura 8. Fronteira Eficiente



Fonte: Tesouro Nacional

Para cada ponto na fronteira eficiente acima, está associada uma composição da DPF. Como exemplo, a Tabela a seguir mostra o perfil de DPF que caracteriza os pontos A, B e C destacados na Figura 8.

Tabela 4. Composição das Carteiras

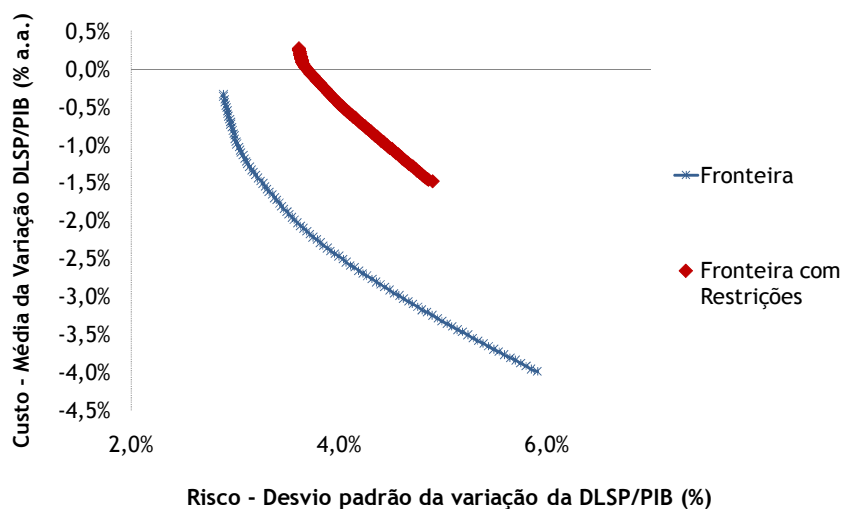
	Composição da Carteira	
	Índice de Preços	Cambial
Exemplo A	100,00%	0,00%
Exemplo B	50,00%	50,00%
Exemplo C	0,00%	100,00%

Fonte: Tesouro Nacional

Outra característica interessante do modelo é a possibilidade de se definir restrições técnicas às composições na fronteira eficiente. Isto permite grande flexibilidade, uma vez que há alguns aspectos de política econômica ou de mercado que não são diretamente capturados inicialmente, mas que podem ser definidos como restrições ao portfólio eficiente. Cabe lembrar que a fronteira eficiente é função não só da composição entre indicadores, mas também, do prazo dos instrumentos, com isso as restrições podem envolver qualquer um destes dois aspectos.

Uma restrição possível é a existência de uma demanda limitada para determinado tipo de instrumento, isto é, um limite de factibilidade para algumas composições da DPF. Também o gestor pode definir um valor mínimo para o prazo médio do estoque ou um valor máximo para o percentual da dívida vincendo em 12 meses, oriundos de diretrizes de gerenciamento desta dívida. A figura abaixo apresenta uma fronteira com restrições, como as citadas acima:

Figura 9. Fronteira Eficiente com Restrições

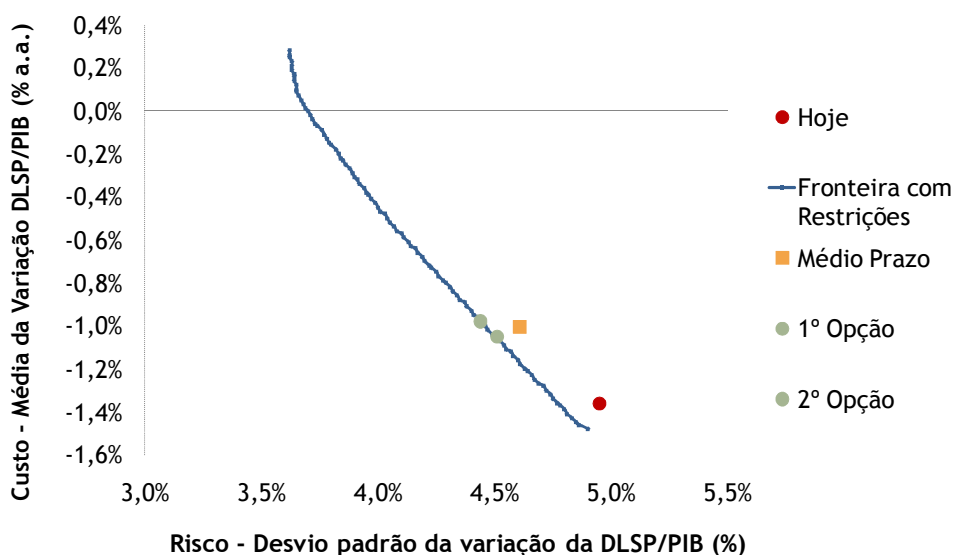


Fonte: Tesouro Nacional

A escolha de uma composição como *benchmark* para a dívida pública implica na escolha do risco ao qual o governo (e a sociedade) está disposto a tomar e qual o custo que ele pretende pagar para proteger-se. Dado um nível de risco, a composição de mínimo custo pode ser obtida da fronteira. O debate baseado nos resultados é amplo e a escolha de uma composição ótima entra no contexto de planejamento estratégico do gerenciamento da Dívida Pública.

Para ilustrar esse último ponto, a figura abaixo exibe a fronteira eficiente com restrições e, dados os parâmetros utilizados, como uma composição de dívida se posiciona em relação à fronteira. Podemos notar que, neste caso, haveria espaço para aumentar a eficiência na gestão da dívida por meio de alterações na composição da DPF em direção a algum portfólio da fronteira.

Figura 10. Fronteira Eficiente e Planejamento de Médio Prazo*



Fonte: Tesouro Nacional

* Nota: As referências apresentadas neste gráfico são apenas ilustrativas e, portanto, não correspondem necessariamente às opções de escolha do Tesouro Nacional.

A análise do caminho a ser percorrido em direção a uma determinada carteira ótima deve ser realizada no âmbito de estratégias de médio prazo, que procurem traçar um plano de transição, considerando-se a composição atual da dívida e sua estrutura de vencimentos e quão rápida poderia ser a convergência para o perfil de dívida desejado no futuro. Como exemplo, a Figura 10 mostra que o portfólio resultante da estratégia de transição (médio prazo) representaria maior custo e menor risco do que o atual, além de se posicionar relativamente mais próximo da fronteira eficiente.

4. Considerações Finais

No caso da Dívida Pública Federal brasileira, a proposta inicial de composição ótima foi publicada no Plano Anual de Financiamento - PAF de 2007¹³. As simulações do modelo sugeriam que uma gestão eficiente da DPF seria aquela que levaria a um aumento da proporção de títulos prefixados e dos remunerados por índices de preços, em detrimento da dívida remunerada por taxas de juros flutuantes ou vinculada à taxa de câmbio. Mais recentemente, o refinamento dos estudos para a definição da composição ótima (*benchmark*), tendo por base os objetivos da gestão da DPF e a avaliação de riscos, restrições e oportunidades nos próximos anos, levou à definição da composição desejada, apresentada no PAF 2011 sob a forma de limites indicativos para o longo prazo, conforme tabela a seguir:

Tabela 5. Composição Ótima da DPF no Longo Prazo

	Inferior	Superior
Prefixados	40%	50%
Índices de Preços	30%	35%
Taxa Flutuante	10%	20%
Câmbio	5%	10%

Fonte: Tesouro Nacional

Como ressaltado no PAF 2011, a prescrição de se buscar a composição descrita acima merece algumas qualificações. Primeiramente, ela deve ser vista como uma diretriz a ser alcançada gradualmente, sem promover pressões que resultem em um custo de transição excessivo. Em segundo lugar, a composição da DPF não deve ser buscada de forma desarticulada com sua estrutura de vencimentos. O alongamento do prazo médio da DPF e, em particular, dos títulos prefixados é condição necessária para que a composição sugerida para a DPF resulte, de fato, em ganhos de eficiência e redução de riscos (resultado este também derivado das simulações).

Terceiro, o custo da mudança da composição deve ser monitorado permanentemente. Oscilações significativas nos preços relativos dos diferentes instrumentos de financiamento contemplados nas estratégias, sobretudo devido a mudanças nos prêmios de risco, podem resultar em ajustes na carteira de referência (*benchmark*) para a DPF.

Por último, embora estes limites forneçam um guia atual para a definição de estratégias, eles devem refletir também eventuais restrições relativas ao estágio de desenvolvimento dos mercados financeiros no Brasil, ao perfil da base de investidores e à perspectiva de demanda e liquidez futura para títulos públicos. A velocidade de convergência da atual composição da DPF para aquela indicada na Tabela 5 dependerá da superação de algumas dessas restrições.

¹³ Os planos anuais de financiamento podem ser encontrados em http://www.tesouro.fazenda.gov.br/divida_publica/paf.asp.

5. Referências Bibliográficas

- ALVES, L. F. **Composição Ótima da Dívida Pública Brasileira: uma estratégia de longo prazo**. Finanças públicas: XIV Prêmio Tesouro Nacional - 2009 - Política Fiscal e Dívida Pública. Brasília: 2009. 47 p., Disponível em: <http://www.tesouro.gov.br/Premio_TN/XIVPremio/conteudo_mono_pr14_tema1.html>.
- BARRO, R. **Are government bonds net wealth?** Journal of Political Economy, v. 82, p. 1095-1117, 1974.
- BARRO, R. **On the determination of the public debt**. Journal of Political Economy, v. 87, n. 5, p. 940-971, 1979.
- BARRO, R. **The ricardian approach to budget deficits**. Journal of Economic Perspectives, v. 3(2), p.37-54, 1989.
- BOHN, H. **Tax smoothing with financial instruments**. American Economic Review, 80 (5), p. 1217-1230, 1990.
- BOLDER, D. J. **The Canadian debt-strategy model**. Bank of Canada Review, 2008
- CABRAL, R. S. V; LOPES, M. L. M; BAGHDASSARIAN, W.; ALVES, L. F., de SOUZA JR., P. I. F; dos SANTOS; A. T. L. **A Benchmark for Public Debt: The Brazilian Case**. 2008. Working Paper. Disponível em: <http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1352539>.
- CABRAL, R; LOPES, M. **Benchmark for public debt: two alternative approaches**. Annual Meeting of the Brazilian Society of Finance, 2005.
- DANMARKS NATIONALBANK. **Danish government borrowing and debt 2007**. Disponível em: <<http://www.nationalbanken.dk/>>. 2007.
- GOLDFAJN, I.; PAULA, Á. De; **Uma Nota Sobre a Composição Ótima da Dívida Pública - Reflexões Para o Caso Brasileiro**, Texto Para Discussão nº 411, PUC-Rio. Dezembro, 1999.
- INSTITUTO DE GESTÃO DA TESOUREARIA E DO CRÉDITO PÚBLICO DE PORTUGAL (IGCP). **Relatório Anual de Gestão da Dívida Pública - 1999**
- IRISH NATIONAL TREASURY MANAGEMENT AGENCY (NTMA). **Benchmark and Strategy**. 2011. Disponível em <<http://www.ntma.ie/NationalDebt/benchmarkStrategy.php>>
- IRISH NATIONAL TREASURY MANAGEMENT AGENCY (NTMA). **Report and accounts for the year ended 31 December 2006**. Ireland, 2006. Disponível em <<http://www.ntma.ie/Publications/annualReportsEnglish.php>>.
- JÄCKEL, P. **Monte Carlo Methods in Finance**. John Wiley and Sons, 2002.
- PICK, A.; ANTHONY, M. **A simulation model for the analysis of the UK's sovereign debt strategy**. UK DMO Research Paper, 2006.
- RIKSGÄLDEN-SWEDISH NATIONAL DEBT OFFICE. **Central Government Debt Management. Proposed Guidelines - 2009-2011**. 2008. Disponível em: <<http://www.riksdagen.se/>>.
- RIKSGÄLDEN-SWEDISH NATIONAL DEBT OFFICE. **Financial and risk policy**. 2009. Disponível em: <<http://www.riksdagen.se/>>.
- SILVA, A.; CABRAL, R.; BAGHDASSARIAN, W. **Scope and fundamental challenges to public debt risk management - the Brazilian DMO experience**. In: Global Finance Conference, George Washington University, 2006.
- UNITED KINGDOM DEBT MANAGEMENT OFFICE (UK-DMO) (2011). **Quantitative analysis of debt service cost and risk: an extract from the Debt and Reserves Management Report 2011-12**. Disponível em <http://www.dmo.gov.uk/documentview.aspx?docname=research/DRMR%202011-12_AnnexB_website_final.pdf&page=Research/DMO_research>

WORLD BANK AND INTERNATIONAL MONETARY FUND (WB, IMF). **Guidelines for public debt management.** 2001. Disponível em: <http://info.worldbank.org/etools/docs/library/156527/africabondmarkets/pdf/guidelines_2001_final.pdf>.